Université Paris Sud 11

LE PRINCIPE DE RELATIVITÉ

Notes de cours

Elias KHAN
Institut Universitaire de France
Institut de Physique Nucléaire - Orsay
IN2P3 - CNRS

"Le Soleil est immobile et la Terre tourne"
ou
"le Soleil tourne et la Terre est immobile",
signifieraient simplement deux conventions différentes.
A. Einstein, *L'évolution des idées en physique*

Avant-Propos

La citation de A. Einstein en préambule de ce cours semble triviale. Mais en y réfléchissant, réconcilier les deux points de vue mentionnés dans la citation s'avère subtil, car la force centrifuge se manifeste si la Terre est en rotation, mais pas dans le cas d'une Terre immobile. On se heurte donc à une difficulté de fond pour unifier ces deux points de vue.

La relativité, peut être plus que tout autre théorie en physique, est presque systématiquement présentée en suivant le fil historique, de Galilée à Einstein. Si cette démarche est pertinente, on peut néanmoins se demander s'il serait profitable d'éclairer ce domaine de manière complémentaire, c'est-à-dire en synthétisant les idées de la relativité, indépendamment de la chronologie des découvertes et du cheminement de ses auteurs : quelle est l'idée centrale de la relativité ? Peut-on ordonner et hiérarchiser ses différents postulats ? Après le XX^{eme} siècle, siècle important pour la physique, le XXI^{eme} devrait se démarquer progressivement de la sur-représentation de la démarche historique. C'est donc à dessein que nous éviterons le plus possible de nous reporter aux noms des auteurs bien connus de la relativité et à la nomenclature des principes, etc. Tentons l'expérience.

Une autre motivation de ce cours concerne la "fragilité du savoir", chère à Feynman. Cette fragilité, prompte à berner ses collègues étudiants du MIT, incapables de relier la notion de dérivée, qu'ils maîtrisent parfaitement, avec le fait que la tangente au point le plus bas d'un objet quelconque (par exemple un stylo, ...) est horizontale, quelle que soit son orientation. En physique, le langage mathématique peut nous leurrer et faire croire que manipuler aisément le formalisme d'une théorie suffit pour la maîtriser et en saisir la quintessence. Si cette maîtrise est une condition nécessaire, elle est bien loin d'être suffisante, et c'est le parti de notre démarche, centrée sur les concepts et dépourvue autant que possible du formalisme mathématique. Le présent travail est bien un cours sur la relativité, et non un acte de vulgarisation : les idées sont subtiles à cerner et nécessitent pleinement un cours dédié. A l'issue de cette lecture, la théorie de la relativité restera en grande partie impraticable en raison du manque de formalisme, mais peut-être faut-il commencer par les idées directrices avant de dérouler le formalisme. C'est l'objet de ce cours.

Sommaire

Introduction et position du problème

La relativité est une des théories physique majeure élaborée au XX^{eme} siècle. Ses idées remontent cependant à Galilée, et se réalisent pleinement avec Einstein. Pour situer la position du problème, il suffit de réaliser l'expérience suivante : on lance une balle au-dessus de soi, verticalement, de manière à la récupérer dans la main. Que se passe-t-il si l'on réalise la même expérience tout en avançant à une vitesse v constante ? La balle retombe dans notre main. Que se passe-t-il si l'on accélère pendant le lancer, par exemple en courant de plus en plus vite ? La balle ne retombe pas dans notre main.

Il en résulte une question fondamentale, une des plus simples ; la réponse à cette question engendre la théorie de la relativité : "Les lois physiques sont-elles les mêmes quelle que soit la situation dans laquelle on étudie le système ?"

La réponse se doit d'être positive. C'est bien le cas entre le lancer immobile, et le lancer à vitesse de déplacement constante. Mais il semble que cela ne soit pas le cas pour le déplacement accéléré. Le principe de relativité générale permet d'y remédier.

Afin de formuler ce principe plus précisément, on définit un référentiel, c'est-à-dire une origine et 3 axes par rapport auxquels on repère la position de tout point matériel, comme illustré sur la figure 1.

Ainsi, lors de l'expérience du lancer de balle, on peut distinguer plusieurs référentiels : celui de la pièce mais aussi celui de la personne immobile. Il y a aussi le référentiel de la personne qui se déplace à vitesse constante, ou bien avec une accélération. Le principe de

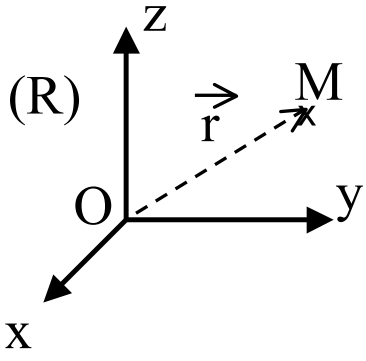

FIG. 1 – Référentiel R permettant de repérer la position du point M

relativité générale peut alors s'énoncer ainsi :

"Tous les référentiels sont équivalents pour la description des lois de la nature"

Remarquons que le principe ci-dessus ne signifie pas “mouvements identiques” : dans le cas de la balle lancée à vitesse constante, sa trajectoire n'est pas la même selon que le mouvement est étudié dans le référentiel de la pièce, ou de la personne en mouvement. Cependant, dans les deux cas, c'est la même loi qui s'applique (le principe fondamental de la dynamique). Dans le cas du mouvement accéléré il semble que cette loi ne s'applique plus. Mais le principe de relativité générale permet d'y remédier.

Nous allons étudier le principe de relativité progressivement : minimale ($\vec{v}$=$\vec{0}$), restreinte ($\vec{v}$=cste, $\vec{a}$=$\vec{0}$) puis générale ($\vec{a} \neq \vec{0}$). Nous énoncerons à chaque fois le postulat correspondant, et en étudierons les conséquences.

Chapitre 1

Le principe de relativité minimale ($\vec{v}$=$\vec{0}$)

1.1 Enoncé

Enoncé :" Tous les référentiels immobiles les uns par rapport aux autres sont équivalents pour la description des lois de la nature"

Cet énoncé semble intuitif, mais il va nous permettre d'établir l'enchaînement des idées qui nous servira par la suite. La figure 1.1 montre le repérage d'un point M dans les deux référentiels R et R', immobiles l'un par rapport à l'autre.

Les relations entre les coordonnées du point M dans les deux référentiels R et R' s'écrivent

$$t = t' \tag{1.1}$$

$$\vec{r} = \overrightarrow{r'} + \overrightarrow{OO'} \tag{1.2}$$

Cela correspond à une translation dans l'espace.

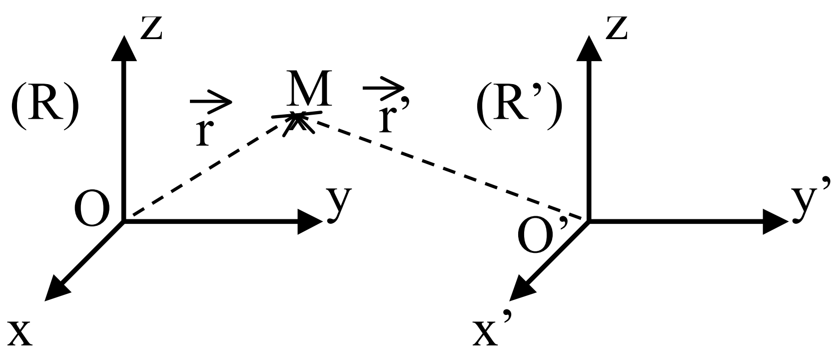

FIG. 1.1 – Repérage du point M dans les référentiels R et R', immobiles l'un par rapport à l'autre

1.2 Conséquences sur les observables

D'après le principe de relativité minimale, en reprenant notre exemple, quel que soit l'endroit de la pièce d'où l'on étudie la balle, celle-ci est soumise aux mêmes lois. La conséquence est qu'il n'y a pas de position absolue : en étudiant le mouvement de la balle, on ne peut pas en déduire notre position dans la pièce, puisqu'elle est soumise aux mêmes lois quel que soit l'endroit d'où on l'étudie.

Par contre, se limiter strictement à ce principe de relativité minimale implique qu'il existe à priori un moyen de déterminer si l'on se trouve dans un référentiel en translation uniforme ($\vec{v}$=cste,$\vec{a}$=$\vec{0}$). Dans ce cas les lois physiques devraient être différentes, puisque le principe de relativité minimale ne s'applique plus. Il en va de même pour un référentiel accéléré ($\vec{a} \neq \vec{0}$).

1.3 Remarques

Deux remarques sont nécessaires. i) Cette détermination au sujet du référentiel en translation est en fait impossible. Qui n'a jamais vécu la brève confusion de ne pas savoir si son train démarrait ou bien si c'était le train voisin à quai qui partait dans l'autre sens ? Nous verrons donc au prochain chapitre que le principe de relativité étendu à des référentiels en translation à vitesse constante reste donc assez intuitif.

ii) Le principe de Mach stipule qu'il n'existe que des mouvements relatifs. Il n'y a donc pas de mouvement absolu : les mêmes effets devraient être constatés si le paysage bougeait à vitesse constante, ou bien même à accélération constante. Ce principe rejoint donc l'idée de la relativité générale, mais est tombé en désuétude car non vérifiable expérimentalement : il s'agit juste d'une conjecture dont il est impossible d'explorer les conséquences.

Chapitre 2

Le principe de relativité restreinte ($\vec{v}$=cste, $\vec{a}$=$\vec{0}$)

2.1 Enoncé

Enoncé : "Tous les référentiels en translation uniforme ($\vec{v}$=cste) les uns par rapport aux autres sont équivalents pour la description des lois de la nature"

Cet énonce semble déjà moins trivial que le précédent car les trajectoires sont différentes selon les référentiels dans lesquels on se place. Cependant, comme lors de l'expérience de la balle lancée avec une vitesse constante, on peut se convaincre de la validité de ce principe par des constatations simples. De même, lancer une balle dans un train en mouvement obéira aux mêmes lois, quelle que soit la vitesse constante (nulle ou non) du train. La figure 2.1 montre le repérage d'un point M dans les deux référentiels R et R', en translation uniforme l'un par rapport à l'autre.

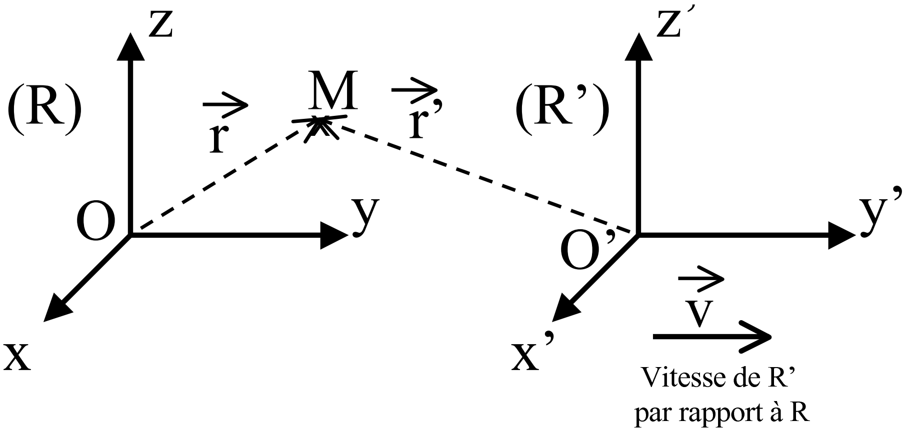

FIG. 2.1 – Repérage du point M dans les référentiels R et R', en translation uniforme l'un par rapport à l'autre

Les relations entre les coordonnées du point M dans les deux référentiels R et R' s'écrivent

$$t = t' \tag{2.1}$$

$$\vec{r} = \overrightarrow{r'} + \overrightarrow{v}t \tag{2.2}$$

En considérant que la vitesse $\vec{v}$ de R' par rapport à R est alignée selon Oy, on en déduit

$$y' = y - vt \tag{2.3}$$

2.2 Conséquences

2.2.1 Le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

Dans l'exemple de la balle, celle-ci suit la même loi quel que soit le référentiel en translation uniforme considéré, en conformité avec le principe de relativité restreinte. Il n'y a donc pas de force générée par le mouvement de translation uniforme ($\vec{a}$=$\vec{0}$) du référentiel qui viendrait changer la loi physique à laquelle est soumise la balle. On en déduit donc que l'absence de force est équivalente à l'absence d'accélération :

$$\sum \overrightarrow{F} = \overrightarrow{0} \Longleftrightarrow \overrightarrow{a} = \overrightarrow{0} \tag{2.4}$$

Une accélération non nulle est donc équivalente à un bilan des forces non nulles, l'hypothèse la plus simple étant la proportionnalité :

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a}} \tag{2.5}$$

où la constante de proportionnalité, m, est appelée masse inertielle. Son unité est le kg ; par définition 1 kg = 1 N/(m.s^{-2}). Nous appellerons par la suite la relation (2.5) PFD.

2.2.2 Dilatation du temps et contraction des longueurs

Par ailleurs intervient ici un postulat supplémentaire : "la vitesse de la lumière dans le vide est une loi physique". D'après le principe de relativité restreinte, cette vitesse doit donc être la même quel que soit le référentiel en translation uniforme dans lequel on se place. Expérimentalement on constate bien que la vitesse de la lumière dans le vide, notée c, est une constante, quel que soit le référentiel dans lequel on se place : y=ct et y'=ct'.

D'après l'equation (2.3), on en déduit

$$y' = y - vt \Longrightarrow y' = (c - v)t \tag{2.6}$$

L'équation (2.6) est incompatible avec l'hypothèse de la constance de la vitesse de la lumière. En effet, dans le cas particulier où la vitesse v de R' par rapport à R tend vers c (mouvement de R' à très grande vitesse), on obtient y'=0, ce qui n'est pas physique. Il faut donc modifier la relation (2.3) pour la mettre sous la forme :

$$\boxed{y' = \gamma(y - vt)} \tag{2.7}$$

avec $\gamma \to \infty$ si v $\to$ c pour éviter le problème mentionné en (2.6). Il faut aussi que $\gamma \to$ 1 quand v $\to$ 0, de manière à retrouver la relation (2.3) pour les faibles vitesses. En y réfléchissant il existe en fait peu de possibilités pour l'expression de γ, qui respectent ces conditions. On peut se convaincre que l'expresssion ci-dessous de γ respecte ces conditions :

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} \tag{2.8}$$

Ceci a une conséquence sur la relation (2.1) entre les temps t et t' respectivement définis dans les référentiels R et R'. En effet dans le cas de la lumière la relation y'=ct' implique avec (2.7) :

$$y' = ct' = \gamma(ct - vt) = \gamma c(t - \frac{v}{c^2}ct) \tag{2.9}$$

Ce qui implique

$$\boxed{t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}y)} \tag{2.10}$$

On en déduit donc que les temps t et t' évoluent différemment dans chacun des référentiels : il n'est pas absolu. Les expressions (2.7) et (2.10) doivent donc être utilisées au lieu des expressions (2.1) et (2.3) qui en sont les limites pour v négligeable devant c.

Il y a deux conséquences principales au principe de relativité restreinte : la dilatation des durées et la contraction des longueurs. Soient deux événements ayant lieu sur un objet au repos dans R'. Il se déplace donc à une vitesse v dans R. Les coordonnées de ces deux évènements dans R' sont (x_1',y_1',z_1',t_1') et (x_1',y_1',z_1',t_2'). Dans R, leurs coordonnées sont (x_1,y_1,z_1,t_1) et (x_2,y_2+vΔt,z_2',t_2') avec Δt=t_2-t_1. La durée correspondante dans le référentiel R' s'écrit :

$$t'_2 - t'_1 \equiv \Delta t' \underset{(2.10)}{=} \gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta y) = \gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2}v\Delta t) = \Delta t\frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\gamma}\Delta t \tag{2.11}$$

On en déduit

$$\Delta t = \gamma\Delta t' \tag{2.12}$$

Le temps s'écoule donc plus lentement dans le référentiel où l'objet n'est pas au repos. En effet γ>1, d'après sa définition (2.8). Le temps s'écoule le plus rapidement dans le référentiel où l'objet est au repos.

Comme application, calculons le temps supplémentaire passé avec une personne qui voyage 2h par jour en train pour se rendre à son travail alors que vous restez immobile. Le temps de cette personne s'écoule donc plus lentement dans votre référentiel R, puisque cette personne se meut à une vitesse v par rapport à vous. On a :

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \Delta t' \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \underset{DevLim}{\simeq} \Delta t' \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \Delta t' + \frac{\Delta t'}{2}\frac{v^2}{c^2} \qquad (2.13)$$

où le deuxième terme du membre de droite représente la durée supplémentaire due à la dilatation du temps.

L'application numérique donne, avec v=100 km.h^{-1}, et 2h de trajet quotidien pendant 40 ans :

$$\frac{\Delta t'}{2}\frac{v^2}{c^2} = \frac{2.3600.200.40}{2}\left(\frac{100}{3,63.10^8}\right)^2 \simeq 0,2\mu s \qquad (2.14)$$

L'existence de la personne en question est donc en principe rallongée de 0,2 microsecondes dans votre référentiel.

De manière analogue le principe de relativité restreinte implique une contraction des longueurs. A t et t' fixés on mesure une longueur dans R (en utilisant (2.7)) :

$$\Delta y' = \gamma \Delta y \Longrightarrow \Delta y = \frac{\Delta y'}{\gamma} < \Delta y' \qquad (2.15)$$

Les longueurs se rétrécissent donc quand l'objet a une vitesse non nulle.

2.2.3 Quantité de mouvement, énergie totale et de masse

Une autre conséquence du principe de relativité restreinte est que les définitions des quantités de mouvement et des énergies cinétiques doivent être modifiées. En effet, considérons la réaction entre des objets de même masse. La figure 2.2 représente les vecteurs vitesses de deux objets en collision :

La conservation de la quantité de mouvement implique, dans le référentiel R :

$$\overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{v_3} + \overrightarrow{v_4} \qquad (2.16)$$

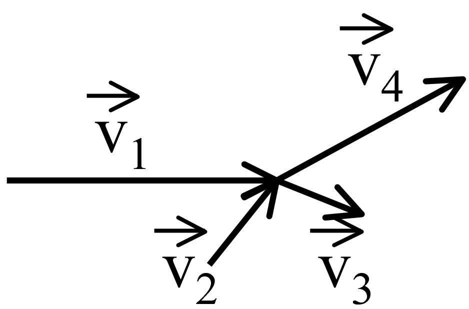

FIG. 2.2 – Vecteurs vitesses de deux objets de même masse avant (1 et 2) et après (3 et 4) la collision

Si l'on appliquait la transformation (2.2) à la composition des vitesses, on aboutirait à :

$$\overrightarrow{v'_1} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{v'_2} + \overrightarrow{v} = \overrightarrow{v'_3} + \overrightarrow{v} + \overrightarrow{v'_4} + \overrightarrow{v} \tag{2.17}$$

Ceci correspond à la conservation de la quantité de mouvement dans R'. Or nous avons vu que (2.2) n'est en fait pas valide et qu'il faut utiliser la relation plus générale (2.7), qui fait intervenir γ. On ne peut donc en déduire (2.17). Il est ainsi nécessaire de modifier la définition de la quantité de mouvement afin que sa conservation soit vérifiée à la fois dans R et dans R'. En se servant de la relation (2.7), on montre que la définition adéquate est :

$$\boxed{\overrightarrow{p} = \gamma m \overrightarrow{v}} \tag{2.18}$$

où la vitesse intervenant dans le γ ci-dessus est celle de l'objet considéré. De même la définition de l'énergie cinétique doit être modifiée. On montre que la quantité homogène à une énergie conservée est l'énergie totale, définie par

$$\boxed{E = \gamma mc^2} \tag{2.19}$$

Afin d'interpréter la notion d'énergie totale, écrivons son expression dans le cas ou la vitesse v de l'objet est faible devant c. On obtient

$$E = mc^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \simeq mc^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E_{masse} + E_{cin} \tag{2.20}$$

La quantité conservée possède donc deux composantes qui peuvent se transférer de l'énergie lors de la réaction. Ainsi il est possible de convertir de l'énergie cinétique en énergie de masse et vice versa. Par exemple, lors de la désintégration β^+ d'un noyau, le positron émis s'annihile par la suite au repos avec un électron du milieu, pour donner 2 photons :

$$e^+ + e^- \to \gamma + \gamma' \tag{2.21}$$

La conservation de l'énergie totale s'écrit :

$$2m_e c^2 = E_\gamma + E_{\gamma'} \tag{2.22}$$

L'énergie de masse de l'électron et du positron est donc convertie en énergie des photons.

2.2.4 Conséquences sur les observables

Une autre conséquence du principe de relativité restreinte est qu'il n'existe pas de translation uniforme absolue. Ainsi un voyageur dans un wagon ne peut déterminer, par l'étude d'un système quelconque dans le wagon, si c'est le wagon qui avance avec une vitesse v constante dans un paysage immobile, ou bien le contraire, ou bien même si le wagon est immobile. Dans tous ces cas, les lois physiques seront les mêmes : conservation de l'énergie totale, de la quantité de mouvement, mais aussi validité du PFD.

Par contre, il existe une accélération absolue : si le train accélère dans un paysage immobile, le système étudié dans le wagon subira une force supplémentaire, associée au mouvement du wagon. Il faut ainsi rajouter au PFD une accélération liée au mouvement. Si le wagon est immobile dans un paysage accéléré, alors cette accélération supplémentaire n'est à priori pas présente (le principe de Mach, invérifiable, implique le contraire). Les lois physiques (PFD) entre les deux cas ne sont donc pas les mêmes, et il est possible de déterminer de manière absolue si le wagon est accéléré ou non.

De même il existe des rotations absolues : dans un référentiel tournant, il faut ajouter entre autres la force centrifuge (liée au mouvement) au PFD. On peut ainsi en principe déterminer que c'est la Terre qui tourne sur elle même et non l'Univers qui tourne autour de la Terre. Dans le premier cas seulement les divers objets étudiés dans le référentiel tournant de la Terre subiront une force centrifuge.

Chapitre 3

Le principe de relativité générale ($\vec{a} \neq \vec{0}$)

3.1 La rotation : un mouvement absolu ?

Reprenons le cas de la rotation. Soit le référentiel R', animé par rapport à R, d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω constante. Par exemple si R est l'Univers, R' représente la Terre, ou bien R peut être le sol et R' un manège. On étudie un objet situé à la position $\vec{r}$ du centre de rotation, dans le référentiel R. La figure 3.1 montre la disposition du référentiel tournant R' dans le référentiel R.

Dans R, le PFD s'écrit

$$\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a} \tag{3.1}$$

Dans R' il faut rajouter les forces générées par le mouvement de rotation de R'. Le PFD est donc modifié (les lois physiques ne sont donc pas à priori les mêmes), et s'écrit

$$\sum \overrightarrow{F} + mr\omega^2\overrightarrow{u_r} - m\omega v\overrightarrow{u_\perp} = m\overrightarrow{a} \tag{3.2}$$

Le premier terme ajouté correspond à la pseudoforce centrifuge alors que le deuxieme correspond à la pseudoforce de Coriolis ($\overrightarrow{u_\perp}$ est vecteur unitaire correspondant au produit

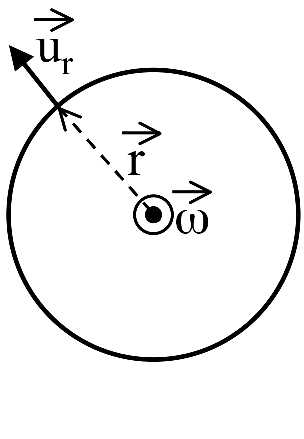

FIG. 3.1 – Référentiel tournant R'

vectoriel de $\overrightarrow{\omega}$ par $\overrightarrow{v}$).

Ainsi, sur un manège en rotation, on ressent des forces supplémentaires, comme la force centrifuge. Sur Terre aussi, nous devrions ressentir cette force centrifuge, en raison de sa rotation. Cependant son intensité est trop faible pour être ressentie quotidiennement, mais il est possible de la mesurer avec une expérience dédiée. Calculons l'intensité de la force centrifuge due à la rotation de la Terre. Le rapport de cette force au poids subi par un objet de masse m est

$$\frac{F_{cent}}{Poids} = \frac{mr\omega^2}{mg} = \frac{r\omega^2}{g} = \frac{6,4.10^6.(2\pi)^2}{10.(24.3600)^2} = 0,3\% \tag{3.3}$$

où l'on a pris pour le rayon de la Terre r=6400 km. Ainsi si la Terre s'arrêtait de tourner, notre poids augmenterait de 0,3 %, ce qui représente 150 g pour une masse de 50 kg.

La première preuve expérimentale de la rotation de la Terre n'eut lieu qu'au XIX^{eme} siècle, en utilisant une autre pseudoforce (Coriolis). Son effet peut devenir plus important que celui de la force centrifuge. D'après son expression dans l'équation (3.2), cette force agit perpendiculairement à la direction de déplacement de l'objet. Ainsi, le plan d'oscillation d'un pendule tourne en raison de la force de Coriolis. Ce pendule doit être suffisamment long pour que la vitesse de la masse située au bout du pendule soit assez grande pour que la force de Coriolis ait un effet. La force de Coriolis est ainsi responsable de l'usure plus importante sur un côté des berges des rivières, ou des rails des trains, en raison de la rotation de la Terre, comme le montre la figure 3.2. Par exemple, un train allant de Lille à Marseille subira une force de Coriolis le poussant sur sa droite. Notons que dans le cas des cyclones, l'effet est plus complexe, car il faut aussi tenir compte des pressions atmosphériques : le sens de rotation des cyclones est au final opposé à celui s'il n'y avait que la force de Coriolis qui agissait.

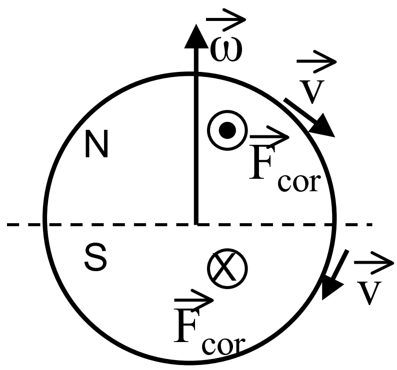

FIG. 3.2 – Sens de la force de Coriolis dans les deux hemisphères terrestres.

3.2 Enoncé

Enoncé du principe de relativité générale : "Tous les référentiels sont équivalents pour la description des lois de la nature"

Ce prinicpe est loin d'être intuitif puisque non seulement les trajectoires, mais aussi les forces subies, peuvent dépendre du référentiel. Comment rendre les lois physiques semblables entre deux référentiels animés d'un mouvement de rotation l'un par rapport à l'autre ? Il est nécessaire pour cela de constater l'équivalence entre une pseudoforce (force générée par un mouvement accéléré, que l'on doit rajouter dans le PFD), et la force de gravitation.

3.3 Le principe d'équivalence

En effet la constante de proportionnalité m introduite à l'équation (2.5), se retrouve également dans la force de gravitation, en tant que "charge". Ceci indique que gravitation et pseudoforce (impliquant par construction le produit masse par pseudoaccélération) sont deux facettes d'un même phénomène.

Considérons un objet qui tombe. Le PFD s'ecrit

$$m\overrightarrow{g} = m\overrightarrow{a} \Longrightarrow \overrightarrow{g} = \overrightarrow{a} \tag{3.4}$$

L'accélération, donc le temps de chute, ne dépend pas de la masse de l'objet. Cela est dû au fait que la masse m intervient dans les deux membres de l'équation. On peut donc toujours transformer le poids en une pseudoforce, et vice versa. Par exemple, la force centrifuge genérée lors d'une rotation peut être exactement simulée par une force de gravitation engendrée par une masse M située à l'extérieur de la trajectoire circulaire, a une distance d=1 m, comme sur la figure 3.3.

Calculons la valeur que devrait avoir M pour simuler la force centrifuge présente sur Terre en raison de sa rotation. Considérons un objet de masse m. On a :

$$F_{cent} = mr\omega^2 = \frac{mMG}{d^2} \Longrightarrow M = \frac{rd^2\omega^2}{G} = \frac{6,4.10^6.1^2.(2\pi)^2}{6,67.10^{-11}.(24.3600)^2} \simeq 5.10^8 kg \tag{3.5}$$

La force centrifuge serait donc simulée par une masse de 500 000 t située à 1 m de distance de la Terre.

D'après l'exemple ci-dessus, on voit que le principe d'équivalence entre gravitation et pseudoforce ne marche que localement : la masse M ne peut simuler la force centrifuge sur l'ensemble du mouvement de rotation, mais seulement en un point du mouvement. Il est donc nécessaire de déformer l'espace : un changement de direction dans un mouvement peut être considéré comme provenant i) d'une accélération subie, ce qui implique une pseudo force, ou ii) d'une déformation de l'espace, courbé dans le sens de la trajectoire ; c'est un mouvement libre dans un espace déformé.

Ainsi tous les référentiels sont équivalents pour décrire les lois de la nature : il n'y a que des mouvements libres dans un espace plat (en l'absence d'accélération ou de gravitation) ou déformé (en présence de gravitation, ou de pseudoforce). Le principe du raisonnement se schématise de la façon suivante :

gravitation $\underset{PcpeEquiv.}{\Longleftrightarrow}$ accélération $\underset{\vec{v}\neq}{\Longleftrightarrow}$ déformation

3.4 Conséquences

3.4.1 De l'accélération à la déformation

Détaillons la relation entre accélération et déformation. Dans l'exemple d'un disque en rotation, les vitesses tangentielles s'accroissent avec la distance à l'axe de rotation (Figure 3.4), les contractions des longueurs sont donc plus importantes loin de l'axe de rotation. Cette variation des longueurs en fonction de la position implique la déformation de l'espace. Il est donc nécessaire de se placer dans un espace déformé. Par ailleurs, comme il y a équivalence entre inertie et gravitation, on en déduit que les longueurs se contractent et le temps se dilate d'autant plus que la force de gravitation est importante, c'est à dire que la masse générant cette force est proche (comme sur la figure 3.3). La présence d'une masse déforme donc l'espace.

Une illustration de ces phénomènes est donnée par le GPS. Le principe de fonctionnement à 2 dimensions est résumé sur la figure 3.5. Les distances d1 et d2 aux deux satellites S1 et S2 permettent d'en déduire sa position par l'intersection des cercles. Les distances d sont mesurées par les temps t1 et t2 de propagation : une onde est envoyée par S1 et S2, avec l'information du start, et reçue par le GPS (qui donne le stop). Quelles sont les corrections dues à la relativité générale ? Le noyau de la Terre génère un champ gravita-

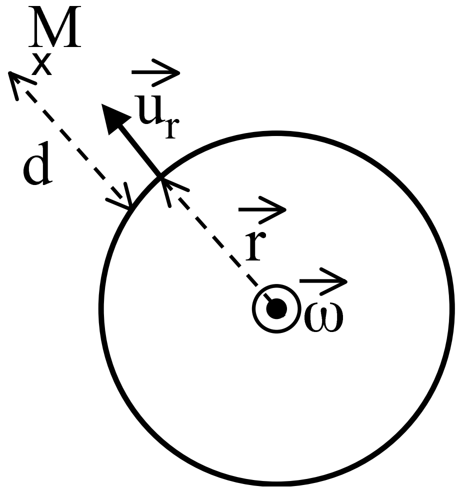

FIG. 3.3 – Simulation d'une force centrifuge par la force de gravitation engendrée par une masse M

tionnel plus faible au niveau des satellites qu'au niveau de la Terre. Les temps sont donc moins dilatés pour les satellites, et cela entraîne une correction de 0,5 % sur les distances. Les distances typiques d des satellites à la Terre étant de 20000 km, les GPS seraient imprécis de plusieurs kilomètres si les corrections relativistes n'étaient pas prises en compte. Notons par ailleurs qu'il y a aussi des corrections de relativité restreinte, dues au fait que la vitesse du satellite entraîne une dilatation du temps du satellite vu dans le référentiel de la Terre.

3.4.2 Déviation de la lumière

Un autre exemple de l'équivalence entre gravitation et pseudoforce est donné par l'expérience de l'ascenseur, représentée sur la figure 3.6

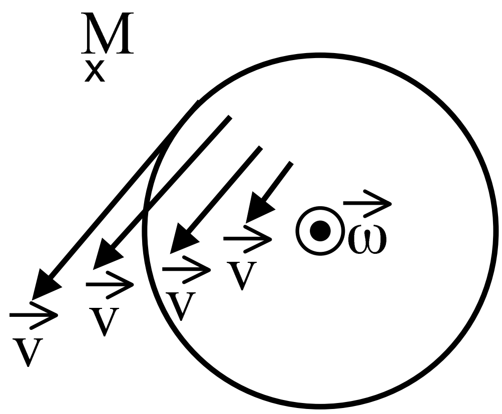

FIG. 3.4 – Evolution des vitesses tangentielles dans un référentiel en rotation

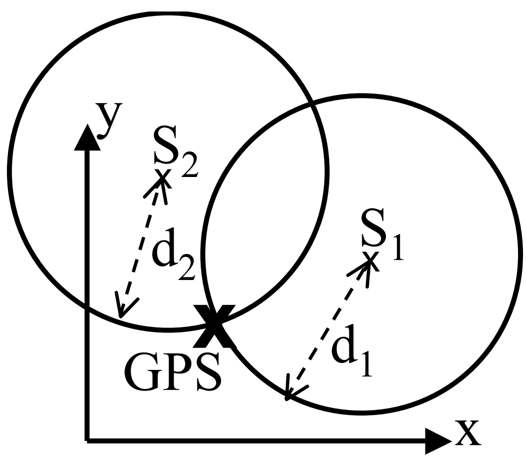

FIG. 3.5 – Principe de fonctionnement du GPS à 2 dimensions. S_1 et S_2 sont les positions de deux satellites, et les mesures des temps de propagation des signaux jusqu'au point GPS permettent de déduire les distances d_1 et d_2. L'intersection des deux cercles de rayons correspondant permet de repérer la position GPS.

Un individu enfermé dans un ascenseur ne peut pas faire la différence entre son poids qui agit sur lui en raison de la présence de la Terre (force de gravitation) et une traction accélérée de l'ascenseur, et orientée vers le haut, en l'absence de Terre (pseudoforce) pour laquelle la valeur de l'accélération serait exactement g. Dans les deux cas, il subit une force mg orientée vers bas, qu'on l'appelle poids ou pseudoforce due à l'accélération.

Il en résulte une déviation de la lumière par la force de gravitation (ou une pseudo force), comme le montre la figure 3.7. Comme elle est déviée dans le cas d'une pseudo-force, elle le sera aussi par une force de gravitation.

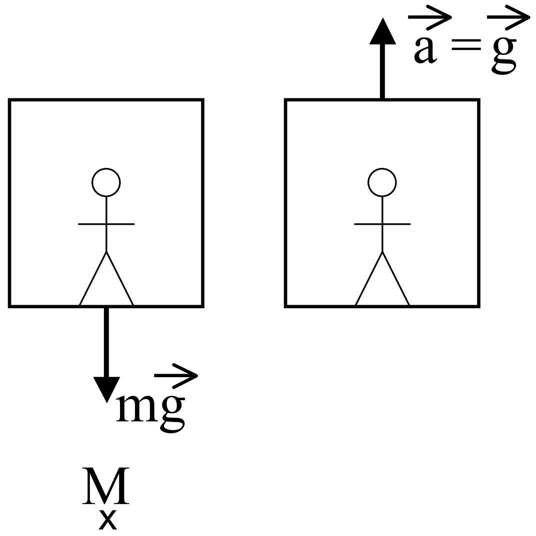

FIG. 3.6 – Equivalence des forces subies entre un ascenseur soumis a une force de gravitation et accéléré en sens inverse

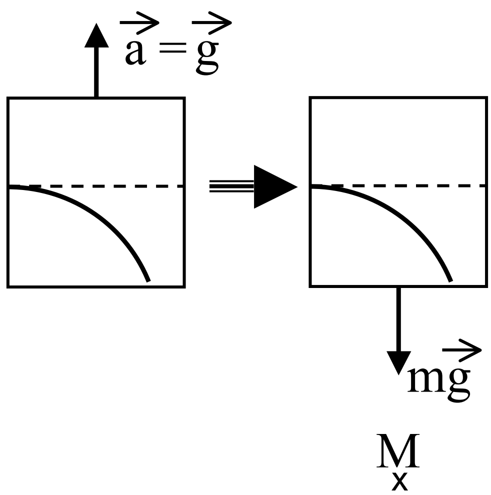

FIG. 3.7 – Déviation de la lumière subie dans le cas d'une pseudoforce (à gauche) ou d'une force de gravitation (à droite)

3.4.3 Conséquences sur les observables

D'après le principe de relativité générale, il n'y a donc pas de mouvement absolu puisque tous les référentiels sont équivalents pour appliquer les lois physiques. Ainsi on ne peut dire de manière absolue que c'est le Soleil qui est immobile et la Terre qui tourne. Une Terre immobile avec un Soleil qui tourne est tout autant justifié.

Notons enfin que la relativité générale trouve son cadre seulement dans la gravitation : il n'y a pas de gravitation, seulement des mouvements libres dans un espace déformé. Pour les 3 autres forces (interactions électromagnetique, forte et faible) un tel principe d'équivalence ne fonctionne pas, puisque les charges de ces interactions ne sont pas les masses (m qui intervient dans le PFD). Ces trois autres forces sont décrites dans un cadre quantique.

Conclusion

En guise de conclusion, le graphe ci-après synthétise les trois principes de relativité, ainsi que certaines de leur conséquences. Les noms des auteurs sont aussi indiqués.

	minimale	**restreinte**	**générale**	<u>Relativité</u> : Invariance des lois physiques en fonction du référentiel
Type de référentiel concerné	$\vec{v} = \vec{0}$ (immobile) **Aristote**	$\vec{a} = \vec{0}$ (translation uniforme) **Galilée**	$\vec{a} \neq \vec{0}$ (tous les référentiels) **Einstein**	
Conséquences physiques		$\exists$ PFD : $\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$ **Newton** $F_{GRAV} \propto m_1 m_2 / r^2$ **Newton** c = cste **Einstein** → Transformation de Lorentz; $\vec{E} \Leftrightarrow \vec{B}$; E = mc^2	Equivalence inertie/gravitation ↓ localité ↓ déformation de l'espace-temps	
Conséquences sur les observables	Pas de position absolue Translation uniforme absolue	Pas de position absolue **(Noether)** Pas de translation uniforme absolue Accélération et rotation absolue : pseudoforces (centrifuge, Coriolis, …) dans le PFD ↓ Preuve de la rotation de la Terre sur elle-même **Foucault**	Pas de mouvement absolu $\Leftrightarrow$ Principe de **Mach**	

Références

[1] "La relativité", A. Einstein, *Payot Ed.*

[2] "Comprendre la Relativité", M.E. Berthon, *Tec et Doc Ed.*

[3] "L'univers mecanique", L. Valentin, *Hermann Ed.*

[4] "Galilée, Newton lus par Einstein", F. Balibar, *Presses Universitaires de France Ed.*